工程流体力学

第2章　流体静力学

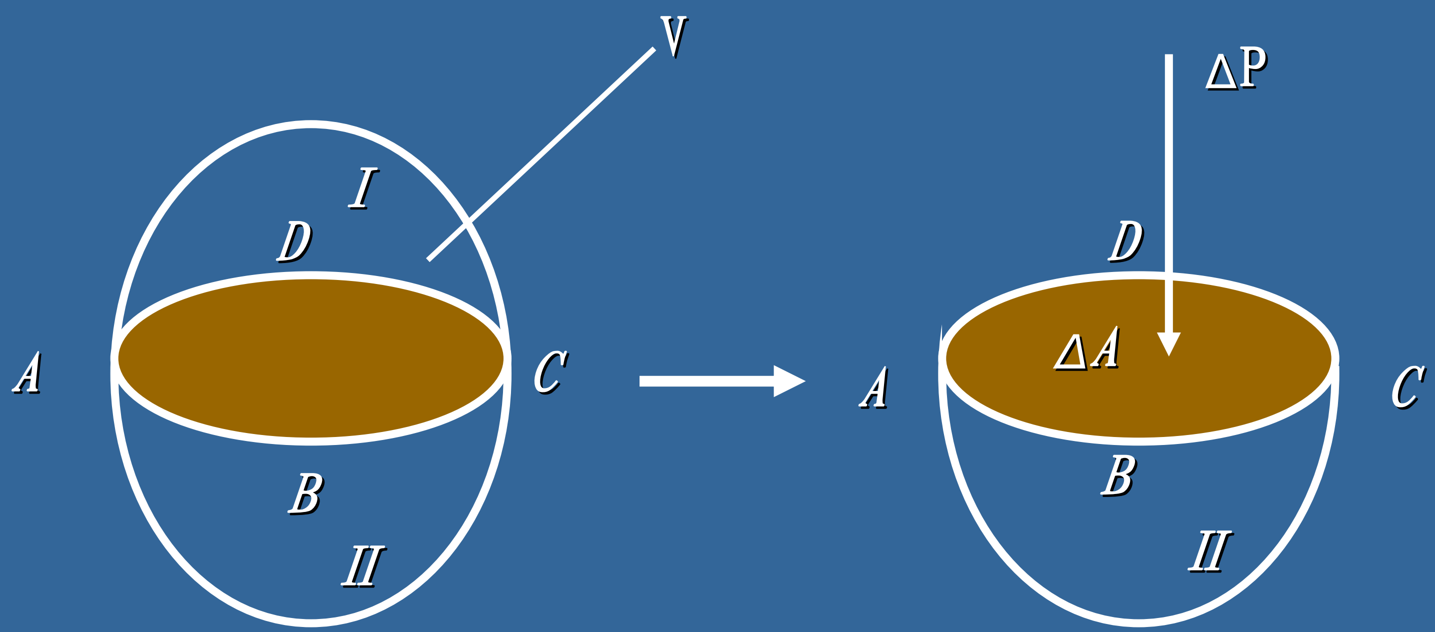
第2章　流体静力学

本章目录

2.1　静水压强及其特性

2.1.1　静水压强的定义

从静止（或相对平衡）状态的匀质流体中，任取一体积 V



2.1 静水压强及其特性

2.1.1 静水压强的定义

设ΔP为作用在面积ΔA上的总作用力。$\Delta P/\Delta A$为面积ΔA上的平均静水压应力强度，简称平均压强。当ΔA无限缩小到点o时，平均压强趋近于某一极限值，此极限值定义为该点的静水压强：

$$p = \lim_{\Delta A \to 0} \frac{\Delta P}{\Delta A} = \frac{dP}{dA}$$

2.1.2　静水压强的特性

1　静水压强的特性

第一特性

静水压强的方向垂直指向作用面。

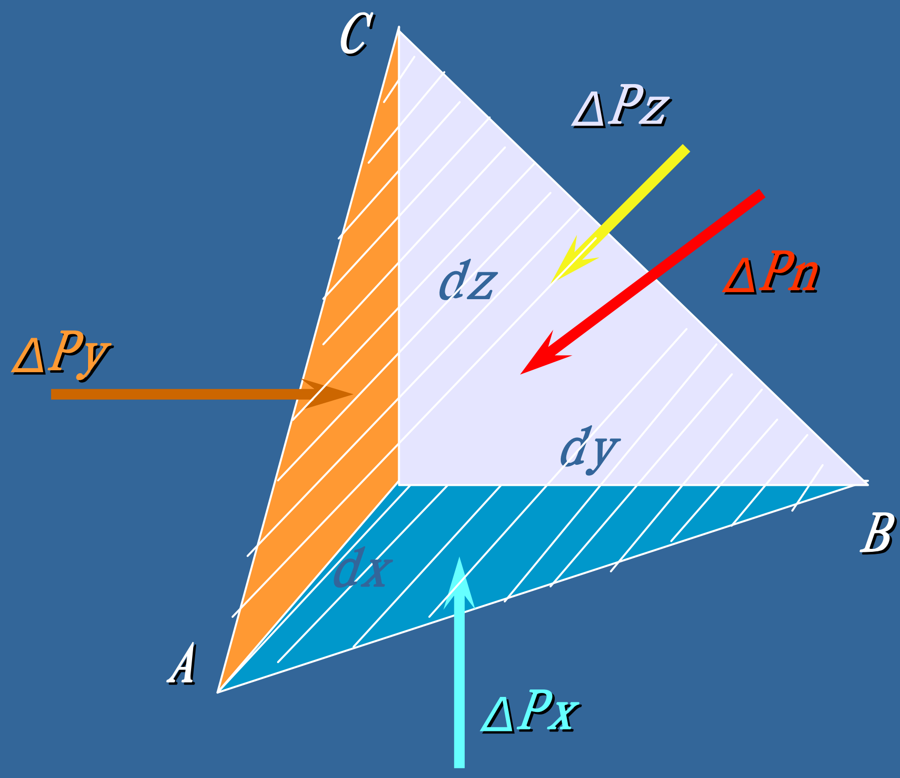
第二特性

静止流体中：作用于同一点各方向的静水压强大小相等。

2.1　静水压强及其特性

第二特性证明:

在静止流体中任取一点o 如图：



$$P_x = \frac{1}{2} dy \cdot dz \cdot p_x$$

$$P_y = \frac{1}{2} dz \cdot dx \cdot p_y$$

$$P_z = \frac{1}{2} dx \cdot dy \cdot p_z$$

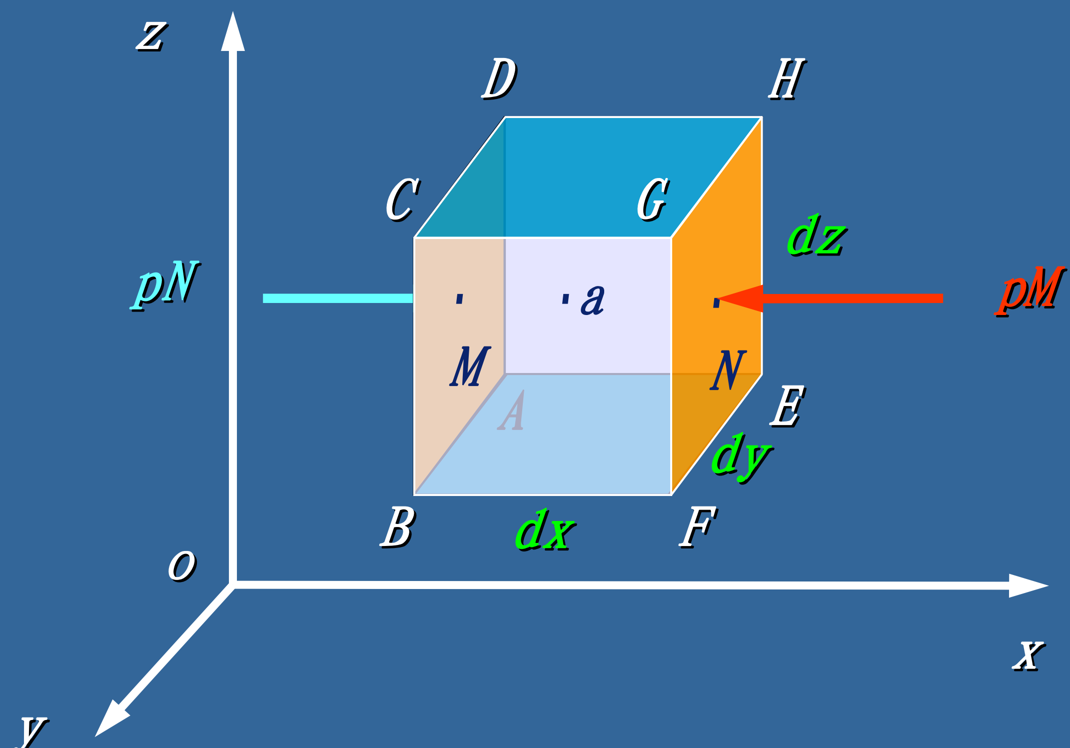
$$P_n = ds \cdot p_n$$

$$p_x = p_y = p_z = p_n$$

2.2　流体的平衡微分方程及其积分

2.2.1　流体平衡微分方程

在静止流体中取**微元六面体**作为分离体，并取直角坐标系如图：



$$p_M = p - \frac{1}{2}\frac{\partial p}{\partial x}dx$$

$$p_N = p + \frac{1}{2}\frac{\partial p}{\partial x}dx$$

2.3 流体的静力学基本方程

正交六面体中心点a处的静水压强为p，根据流体连续性假定，用泰勒级数展开式（忽略高阶微量）可得M、N点压强分别为：

$$p_M = p - \frac{1}{2}\cdot\frac{\partial p}{\partial x}dx \qquad p_M = p + \frac{1}{2}\cdot\frac{\partial p}{\partial x}dx$$

由于微元六面体中各面积体积微小，认为压强均匀分布，则推出ABCD面上表面力为：

$$\left(p - \frac{1}{2}\cdot\frac{\partial p}{\partial x}dx\right)dydz$$

2.2 流体的平衡微分方程及其积分

2.2.1 流体平衡微分方程

而EFGH面上表面力为：

$$\left(p+\frac{1}{2}\cdot\frac{\partial p}{\partial x}dx\right)dydz$$

作用在这个微元六面体上的总质量力在x轴上的分量为：

$$X\cdot\rho dxdydz$$

根据流体平衡的条件，x方向的平衡方程$\Sigma F_x=0$，即：

$$\left(p-\frac{1}{2}\cdot\frac{\partial p}{\partial x}dx\right)dydz-\left(p+\frac{1}{2}\cdot\frac{\partial p}{\partial x}dx\right)dydz+X\rho dxdydz=0$$

或

$$\frac{\partial p}{\partial x}dxdydz+X\rho dxdydz=0$$

2.2 流体的平衡微分方程及其积分

简化上页的式子，可得单位质量流体的平衡式（2-3）：

$$\left.\begin{aligned} X-\frac{1}{\rho}\cdot\frac{\partial p}{\partial x}=0 \\ Y-\frac{1}{\rho}\cdot\frac{\partial p}{\partial y}=0 \\ Z-\frac{1}{\rho}\cdot\frac{\partial p}{\partial z}=0 \end{aligned}\right\} \qquad (2-3)$$

此式即为流体平衡微分方程，也称欧拉平衡微分方程。

它指出了流体处于平衡状态时，单位质量流体所受的表面力和质量力彼此平衡。

2.2.2　流体平衡微分方程的积分

各个投影式的两端分别乘以dx、dy 、dz ，然后将三个投影式相加，得:

$$\frac{\partial p}{\partial x}dx+\frac{\partial p}{\partial y}dy+\frac{\partial p}{\partial z}dz=\rho(Xdx+Ydy+Zdz)$$

上式左边是连续函数 $p(x,y,z)$ 的全微分 dp

则：

$$dp=\rho(Xdx+Ydy+Zdz)$$

2.3 流体的静力学基本方程

一、重力作用下静水压强的分布规律

- 水静力学的基本方程

质量力：$X = Y = 0, \quad Z = -g$

流体平衡微分方程的综合式

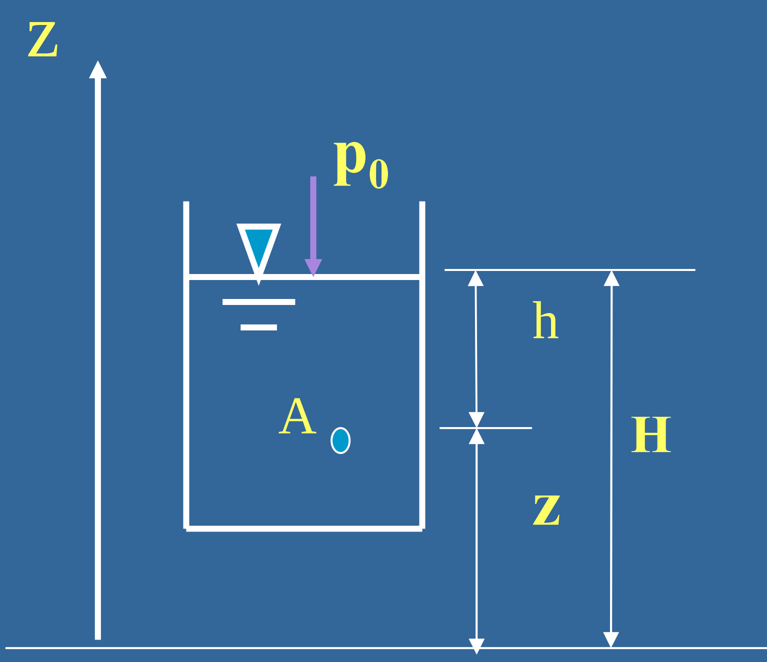
$$dp = \rho(Xdx + Ydy + Zdz)$$

$$p = -\gamma z + C$$

在自由液面上有：$z = H, \quad p = p_0$

$$C = p_0 + \gamma H$$

$$p = -\gamma z + p_0 + \gamma H = p_0 + \gamma(H - z)$$



2.3　流体的静力学基本方程

流体静力学基本方程反映了静止流体中某一点的静水压强的大小与该点空间坐标的关系。

基本方程的两种形式:

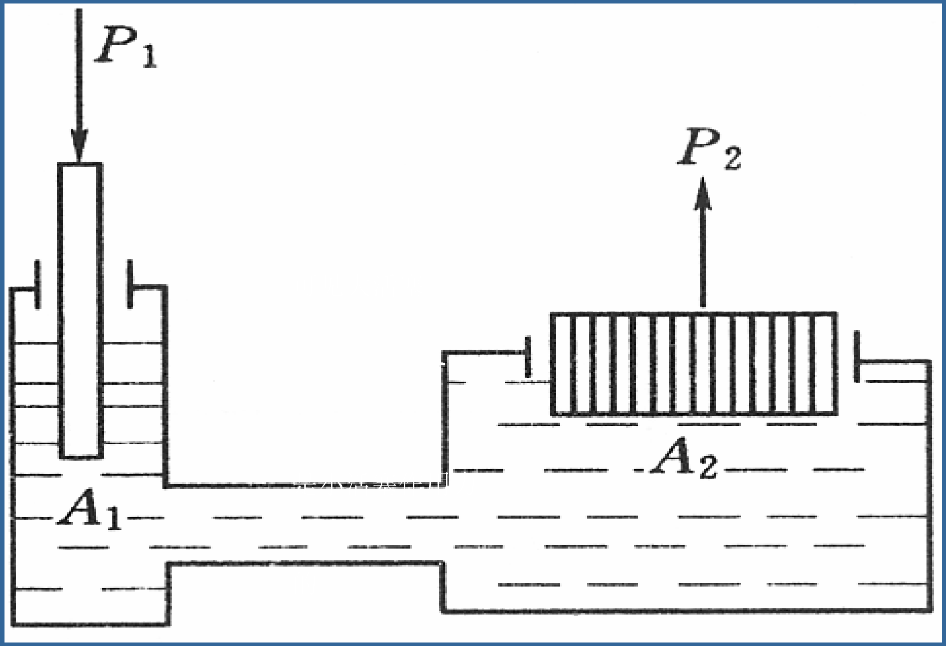
$$z+\frac{p}{\gamma}=c$$

$$p=p_0+\gamma\cdot h$$

2.4　流体静力学基本方程讨论

2.4.1　帕斯卡原理

静止不可压缩流体内任一点的压强变化等值传递到流体的其它各点。



$$p = \frac{P_1}{A_1}$$

p 将等值传递到 A_2

A_2 上产生的静水压强为：

$$P_2 = pA_2 = \frac{A_2}{A_1}P_1$$

2.4　流体静力学基本方程讨论

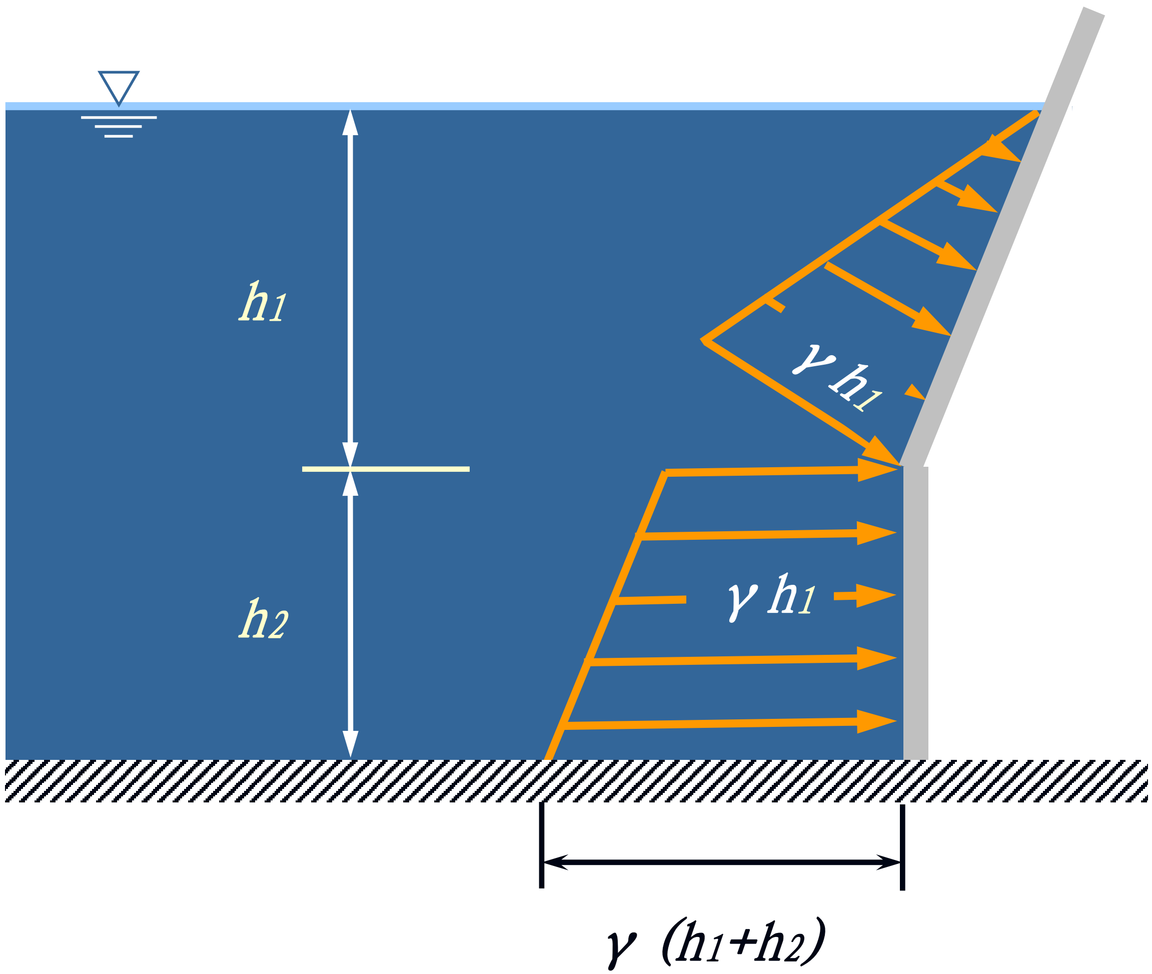
2.4.2　静水压强分布图

由于静水压强是一种分布力，故可以用压强分布图表示：

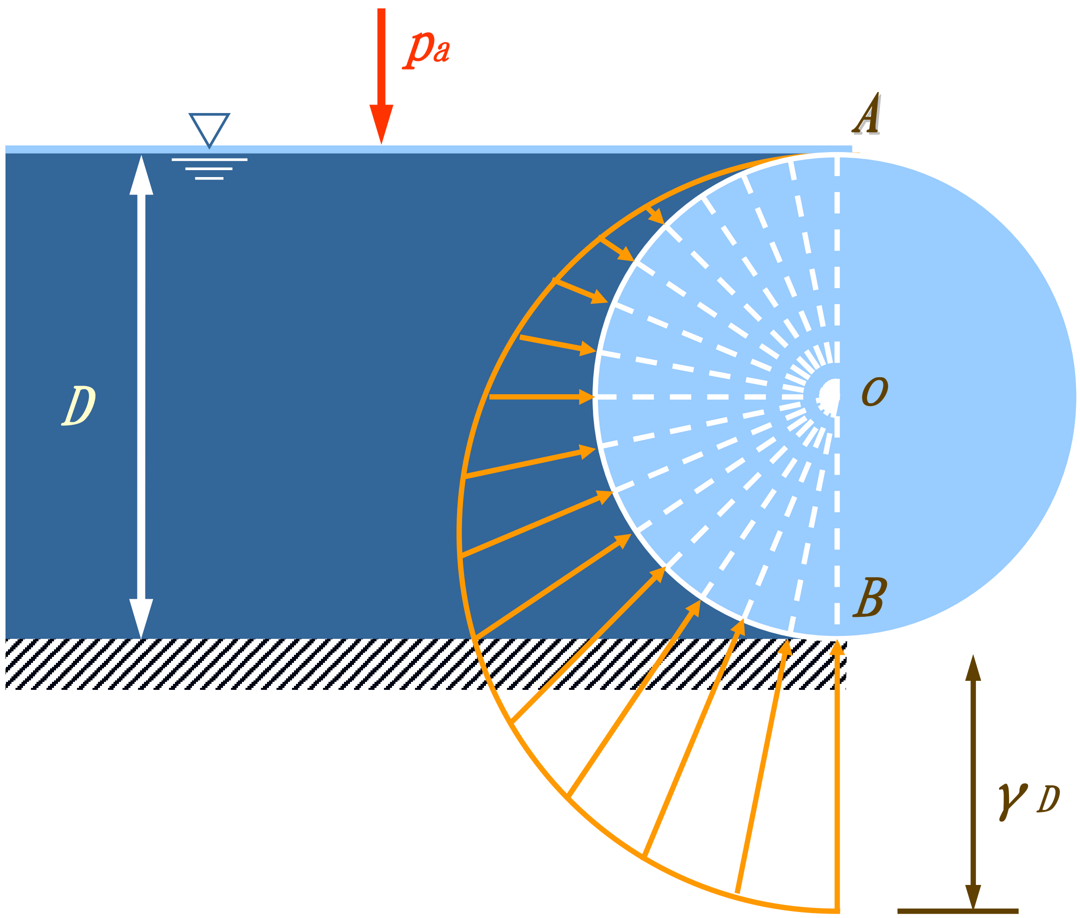
压强大小：根据 $p = p_0 + \gamma \cdot h$ 计算，用成比例线段表示；
压强方向：根据内法线方向确定，用箭头表示。

按以上原则构成的几何图形叫静水压强分布图。

平面壁上静水压强分布

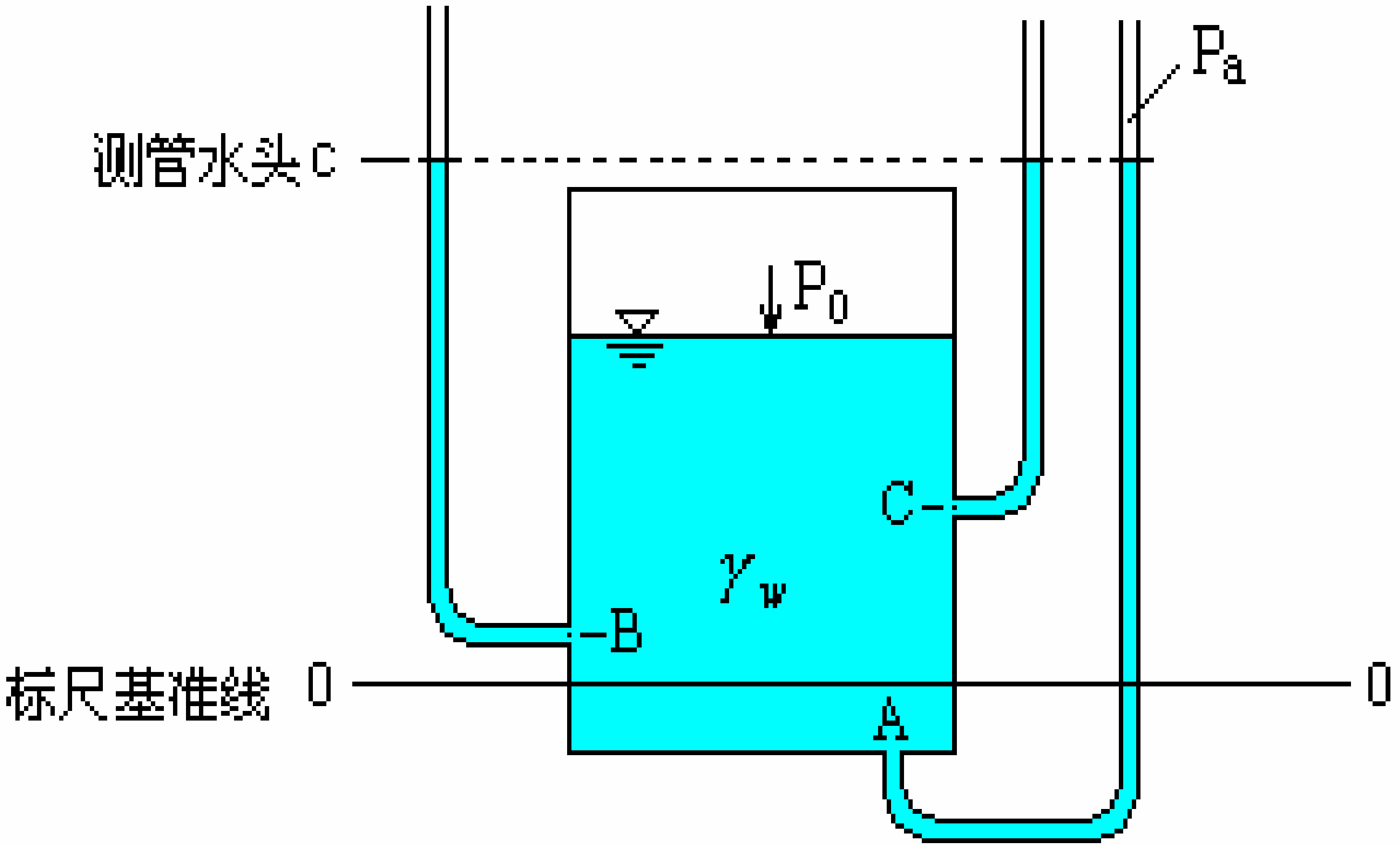


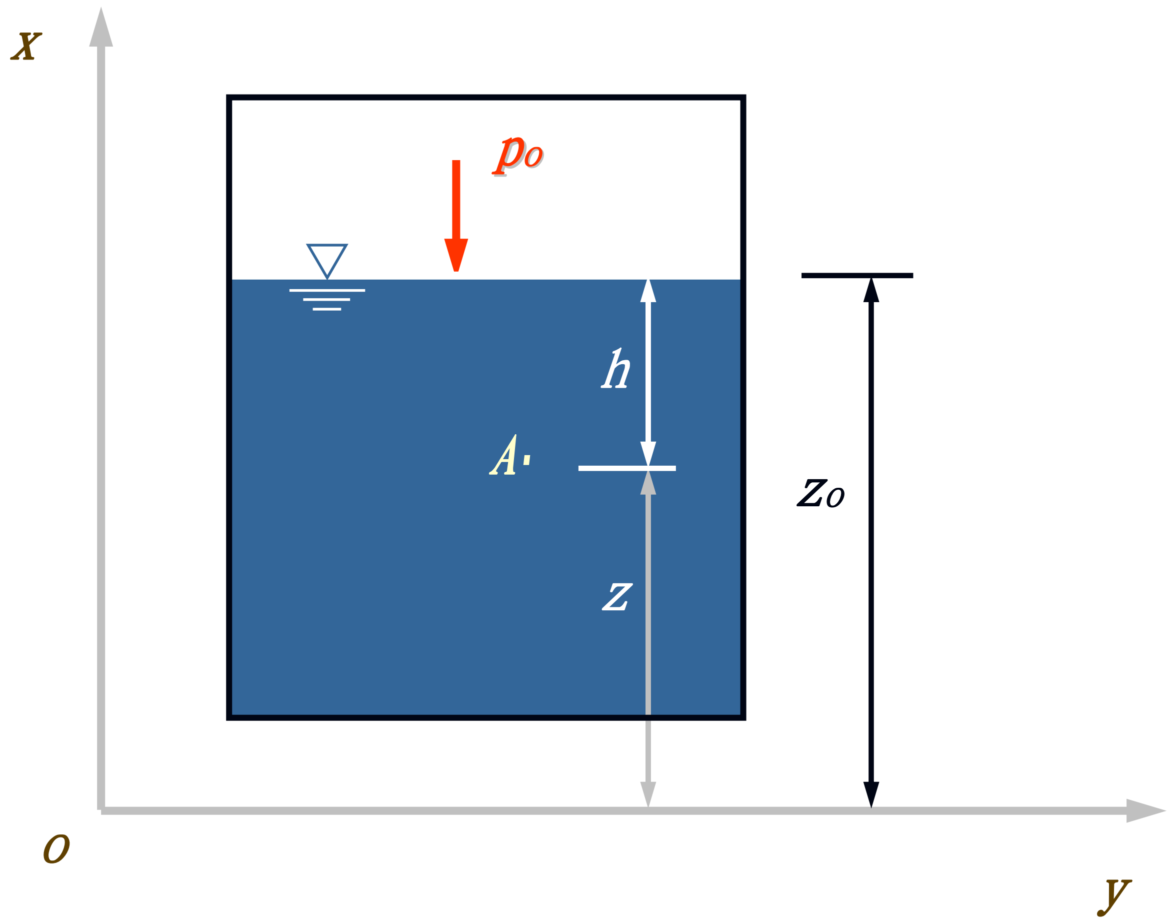
曲面壁上静水压强分布



2.4 流体静力学基本方程讨论

$$z_B + \frac{p_B}{\gamma} = z_C + \frac{p_C}{\gamma} = 常数$$




x
p_0
h
A
z
z_0
o
y

2.4 流体静力学基本方程讨论

2.4.3 流体静力学基本方程的意义

质量为M 的流体质点据某一基准面0-0的高度为z，该质点具有位势能：mgz。

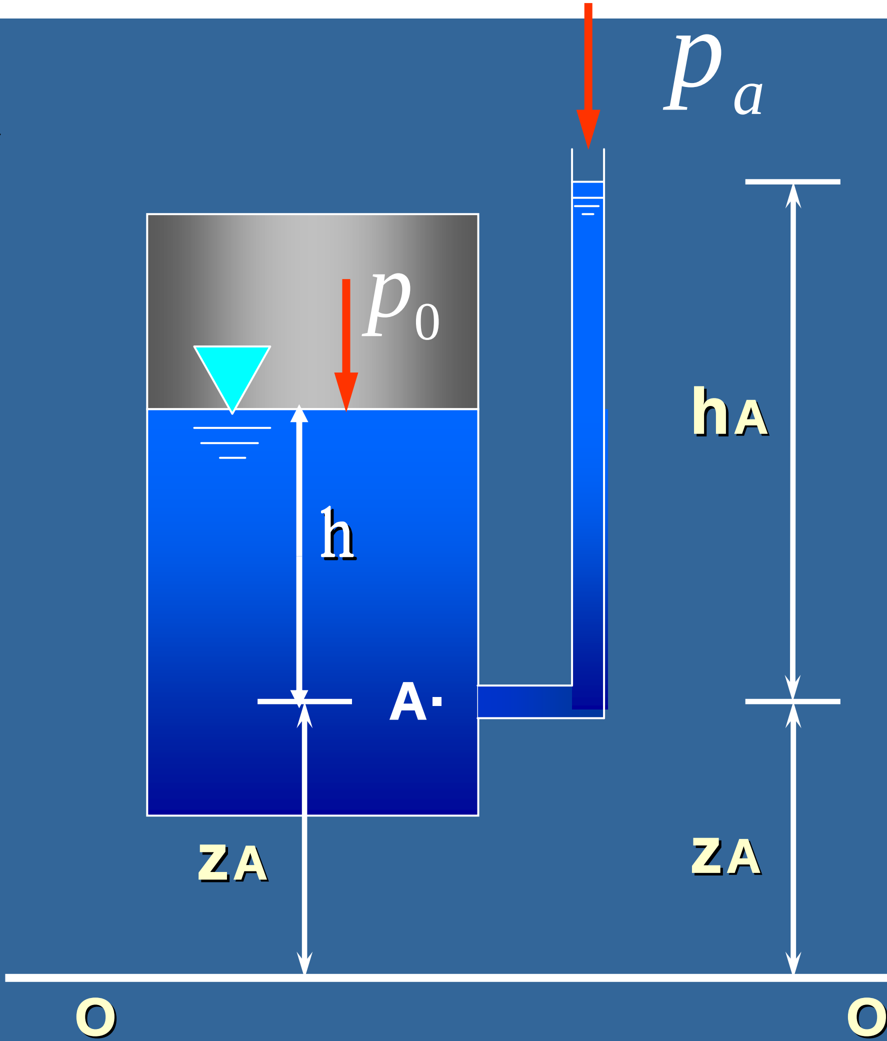
每单位重量的流体所具有的位势能为：

$$\frac{mgz}{G} = z$$

任意点的 $\frac{p}{\gamma}$ 具有长度量纲，

称为测压管高度，也称为压强水头，

为单位重量流体具有的压能，也是潜在的位势能



2.4 流体静力学基本方程讨论

2.4.3 流体静力学基本方程的意义

流体静力学基本方程的意义

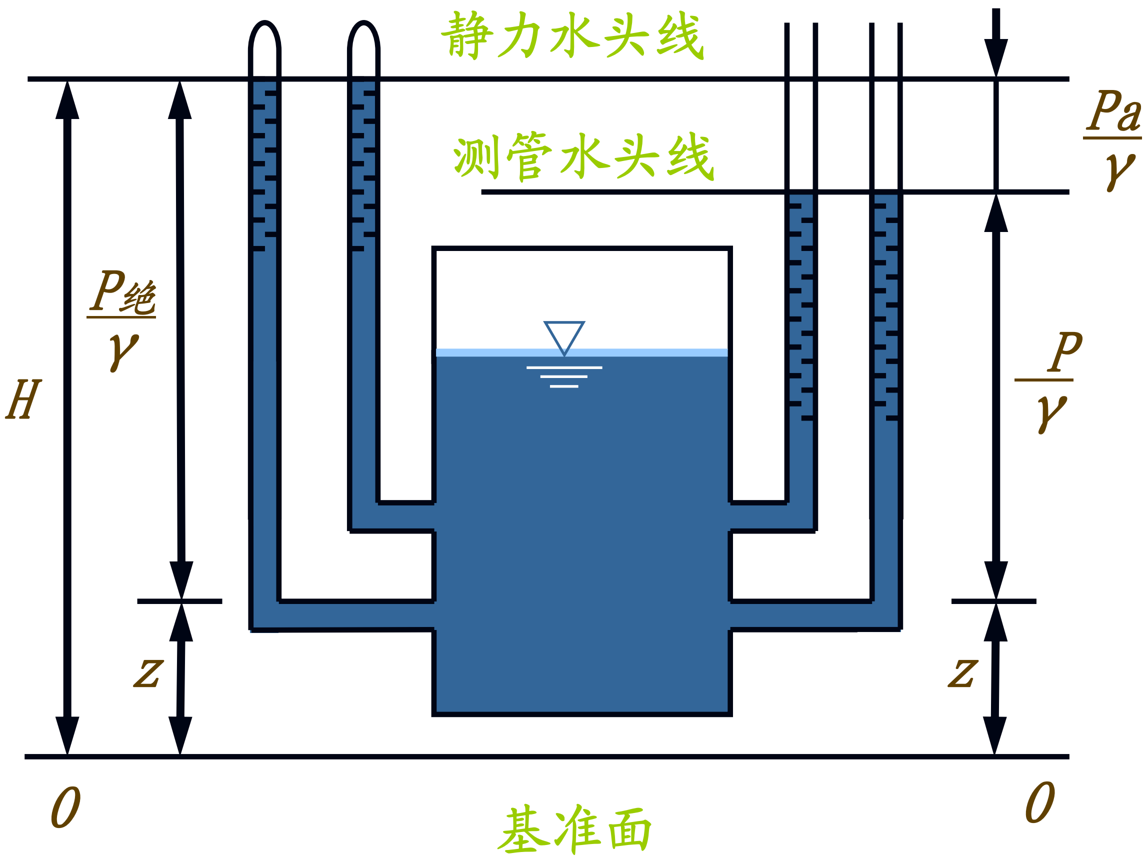
z 为单位重量流体具有的位能或位置水头

$\dfrac{p}{\gamma}$ 为单位重量流体具有的压能或压强水头

$z+\dfrac{p}{\gamma}$ 为单位重量流体具有的总势能或测压管水头

$z+\dfrac{p}{\gamma}=c$ 静止流体中单位重量流体具有的总势能守恒或测压管水头为常数。

测管水头



静力水头线
测管水头线
$\frac{Pa}{\gamma}$
$\frac{P_{绝}}{\gamma}$
H
$\frac{P}{\gamma}$
z
z
0
0
基准面

2.4 流体静力学基本方程讨论

2.4.4 压强计算

压强计算单位

应力单位：单位面积的压力。帕pa N/m^2

液柱高度：γ一定时，压强取决于该点的淹没深度h，

mH_2O、$mmHg$

大气压：一个标准大气压（atm）是760 $mmHg$，

或10.33mH_2O.

2.4　流体静力学基本方程讨论

2.4.4　压强计算　　　压强表示方法

绝对压强：以绝对真空状态为起点计量。

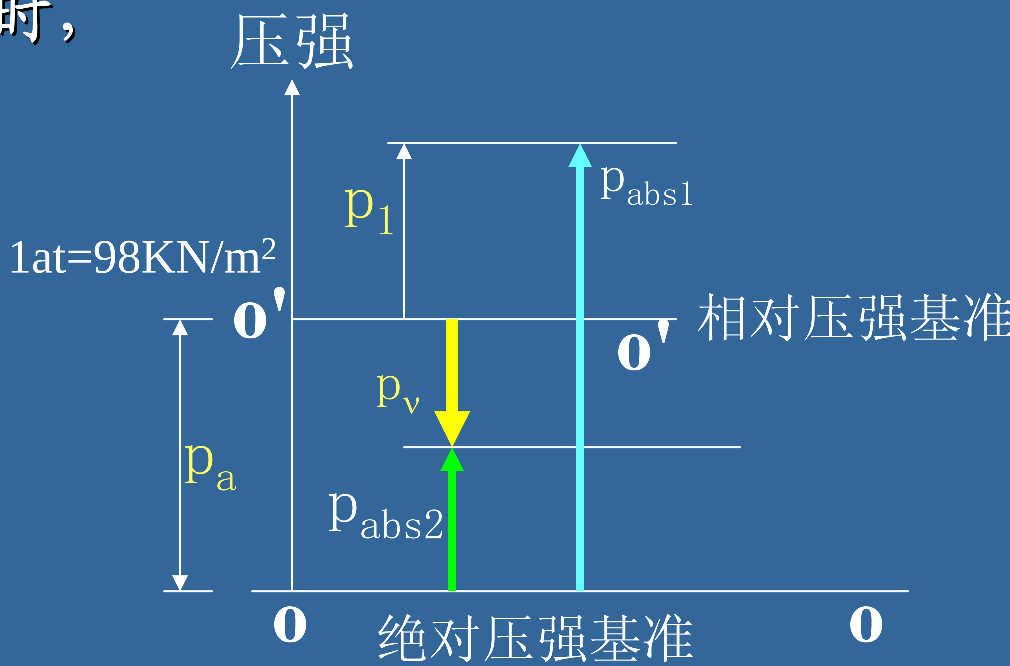
相对压强：以一个大气压为零点起计量。p表示。也称表压。

真空度：　当相对压强为负值时，

其绝对值为真空度

（绝对压强小于大气压时，小于大气压的部分为真空度）

用 p_v 表示.



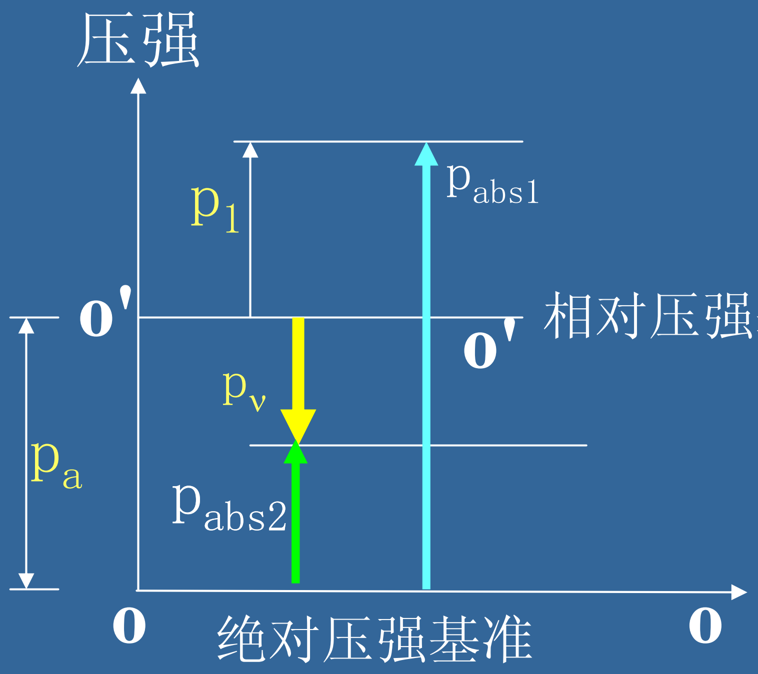
2.4　流体静力学基本方程讨论

2.4.4　压强计算　　压强表示方法

绝对压强：以绝对真空状态为起点计量。

相对压强：以一个大气压为零点起计量。p表示。也称表压。

真空度：　当相对压强为负值时，其绝对值为真空度。



$1at=98kN/m^2$

2.4　流体静力学基本方程讨论

2.4.4　压强计算

等压面的性质:

等压面与质量力正交

两互不相混的流体平衡时，交界面是等压面，而且是水平面。

水平面是等压面的条件:

必须同时满足静止、同种液体且相互连通。

三个条件缺一不可。

压强的计量单位

a. 应力单位　　N/m^2，Pa

b. 大气压（废弃单位）

标准大气压：1标准大气压(atm)=1.013×10^5 Pa=101.3 kPa

工程大气压：1工程大气压(at)=9.8×10^4 Pa=98 kPa

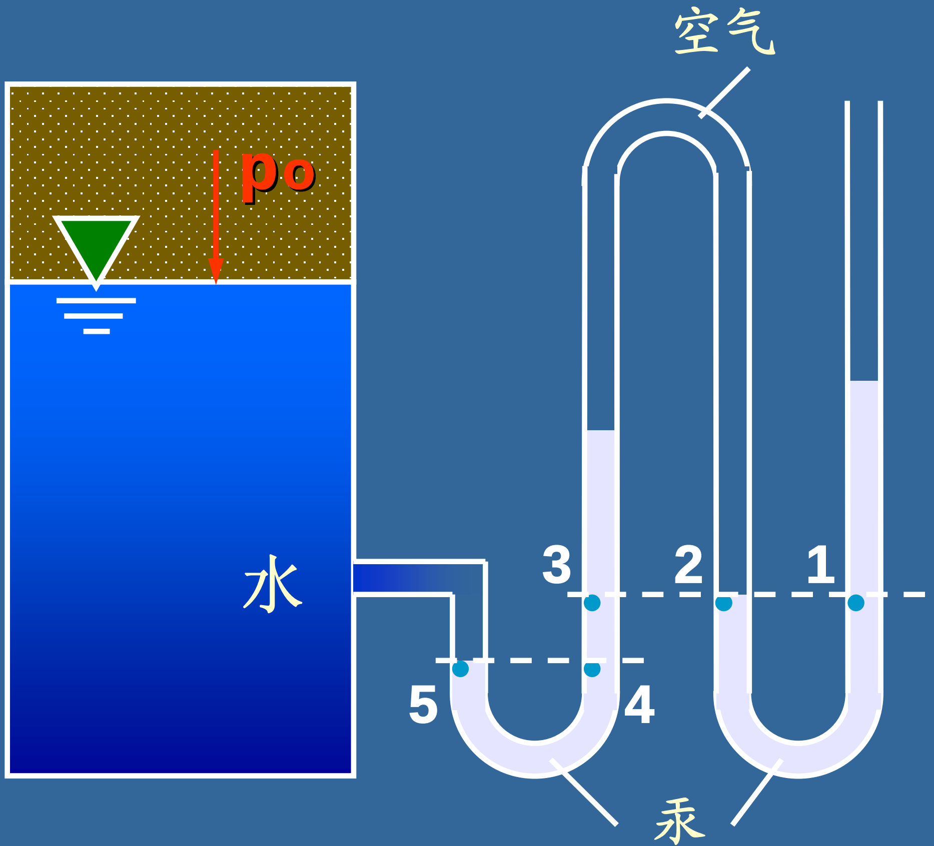
c. 液柱高（废弃单位）

水柱高mH_2O：1 mH_2O= 9.8 kPa

汞柱高mmHg：1 mmHg=133 kPa

水平面是等压面的条件：

静止、同种、连通 ———— 同时成立，缺一不可。



复式测压计

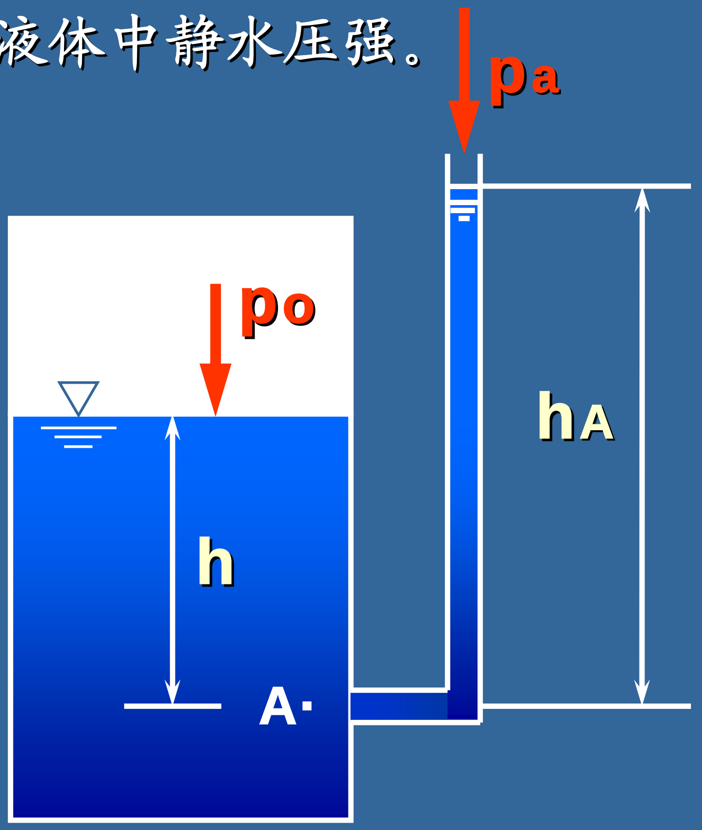
1、2,点压强相等

4、5,点压强相等

1、3,点压强不相等

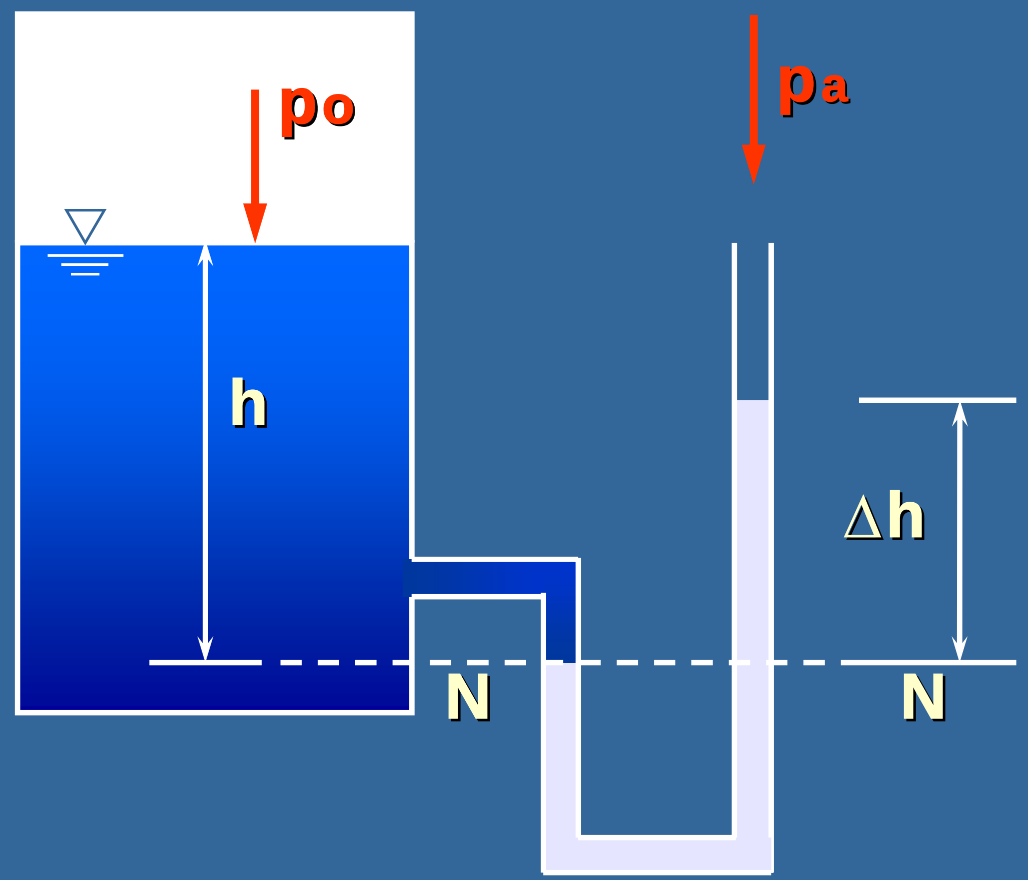
测压管

直接用同种液体的液柱高度测量液体中静水压强。
用于较小压强的测量



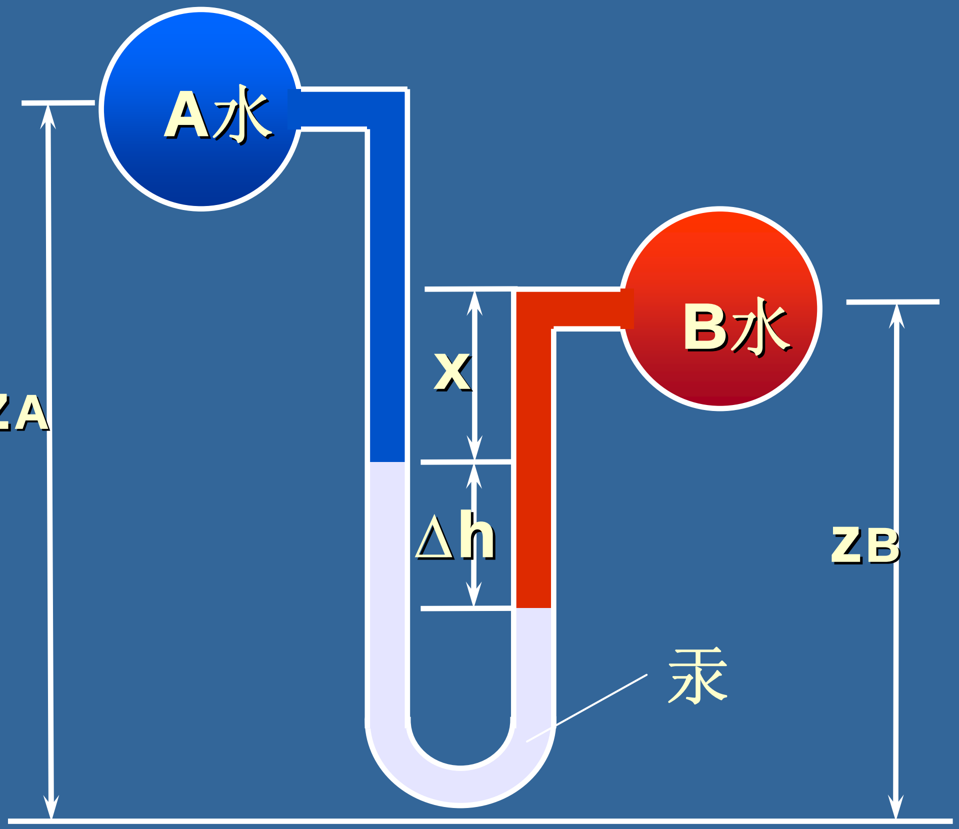
第2章 流体静力学

水银测压计



U型测压管

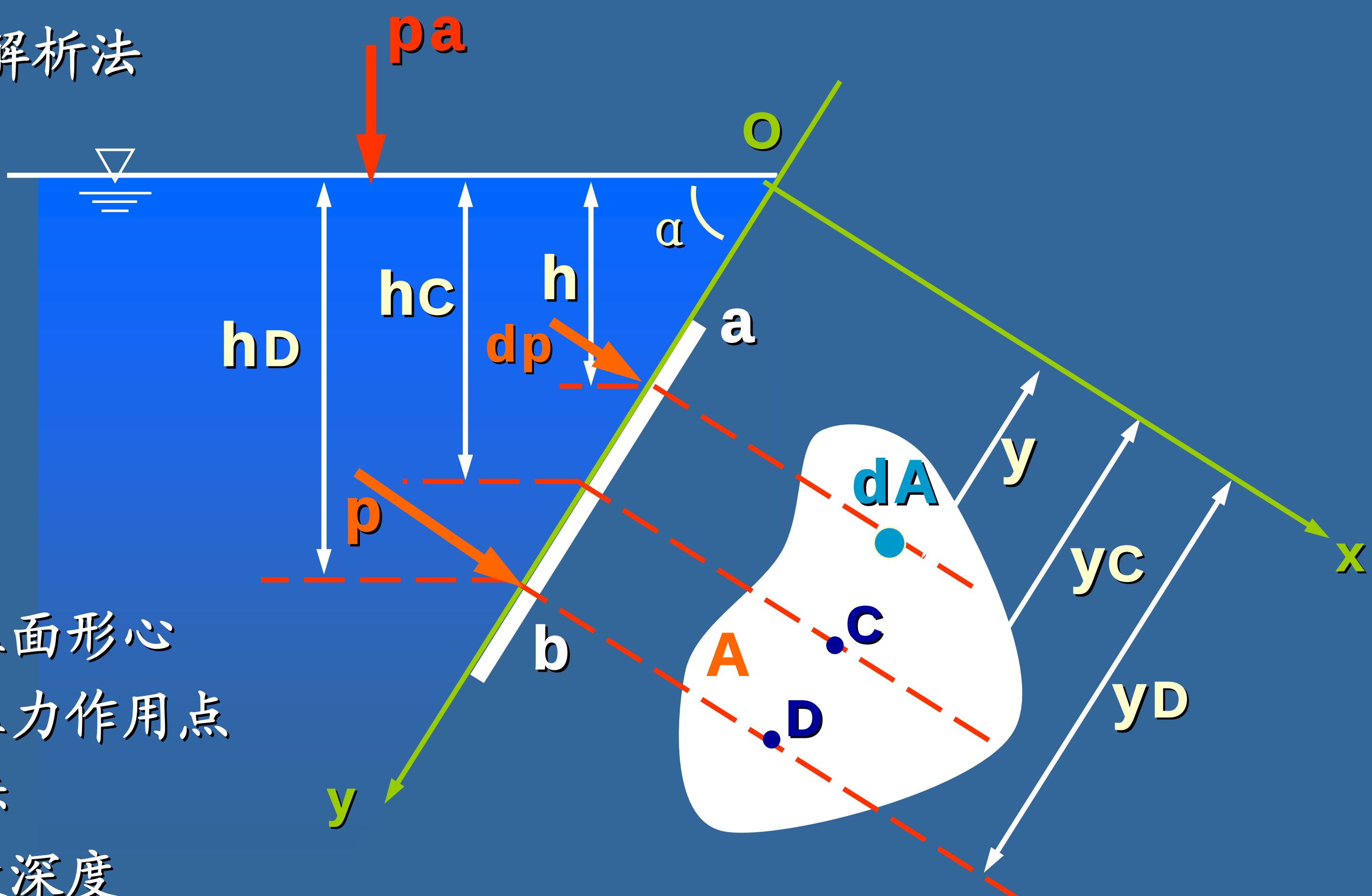
水银压差计



测出液体中两点的压强差或测压管水头差

2.5　作用在平面壁上的静水总压力

2.5.1　解析法



解析法

C----- 受压面形心

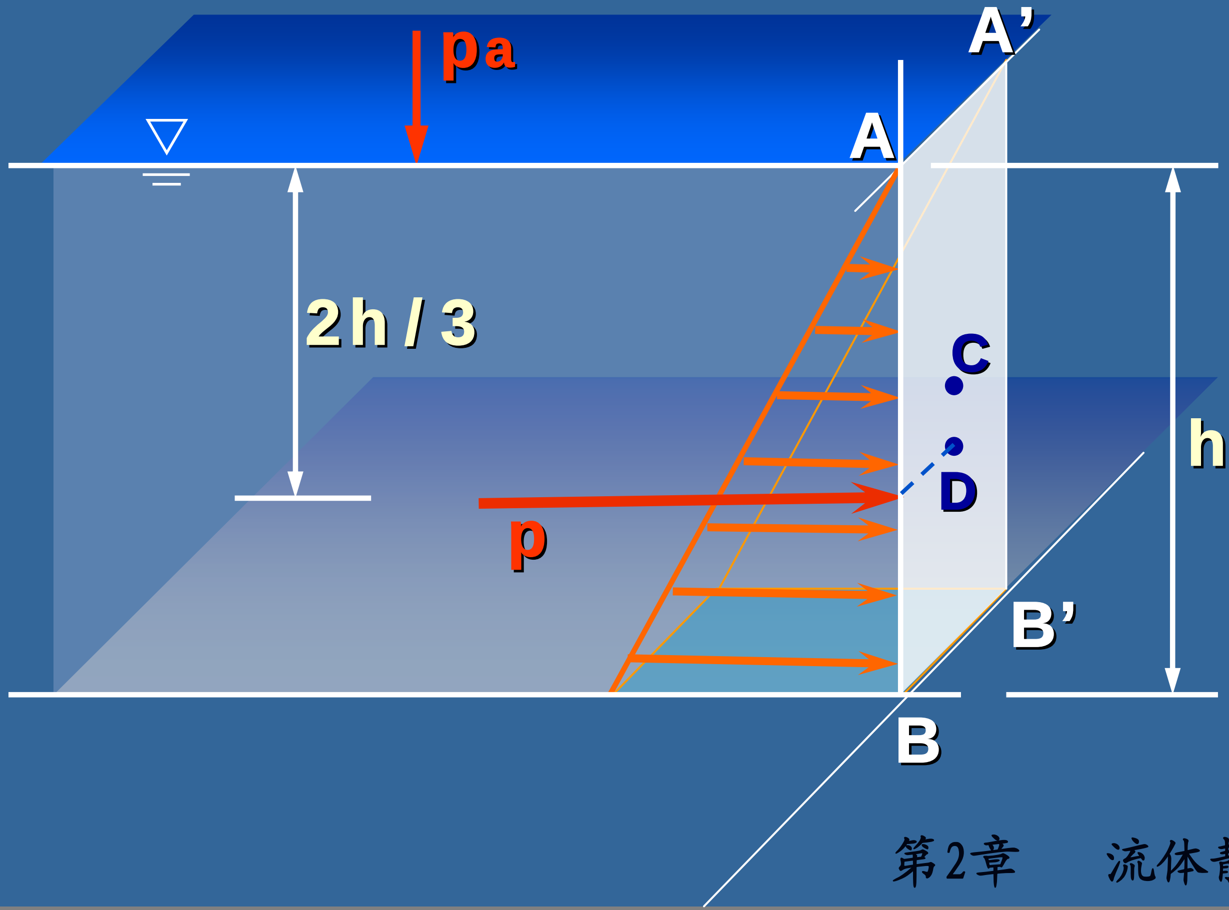
D----- 总压力作用点

Y----- 坐标

h----- 淹没深度

2.5　作用在平面壁上的静水总压力

2.5.2　图算法



作用在曲面壁上的静水总压力

静水总压力的大小:

$$P = \sqrt{P_x^2 + P_z^2}$$

静水总压力与水平面的夹角:

$$\alpha = tg^{-1}\left(\frac{P_z}{P_x}\right)$$

水平分力: $$P_x = \gamma h_c A_z = p_c A_z$$

铅垂分力: $$P_z = \gamma \cdot V$$

V ——压力体体积

第2章　流体静力学

作用在曲面壁上的静水总压力

压力体:

组成:（1）受压曲面本身;

（2）受压曲面边界向自由液面或自由压面的延长面上投影形成的铅垂柱面;

（3）受压曲面在自由液面或自由液面的延长面上的投影面。

虚实：实压力体和虚压力体

实压力体：P_z ↓　　虚压力体：P_z ↑

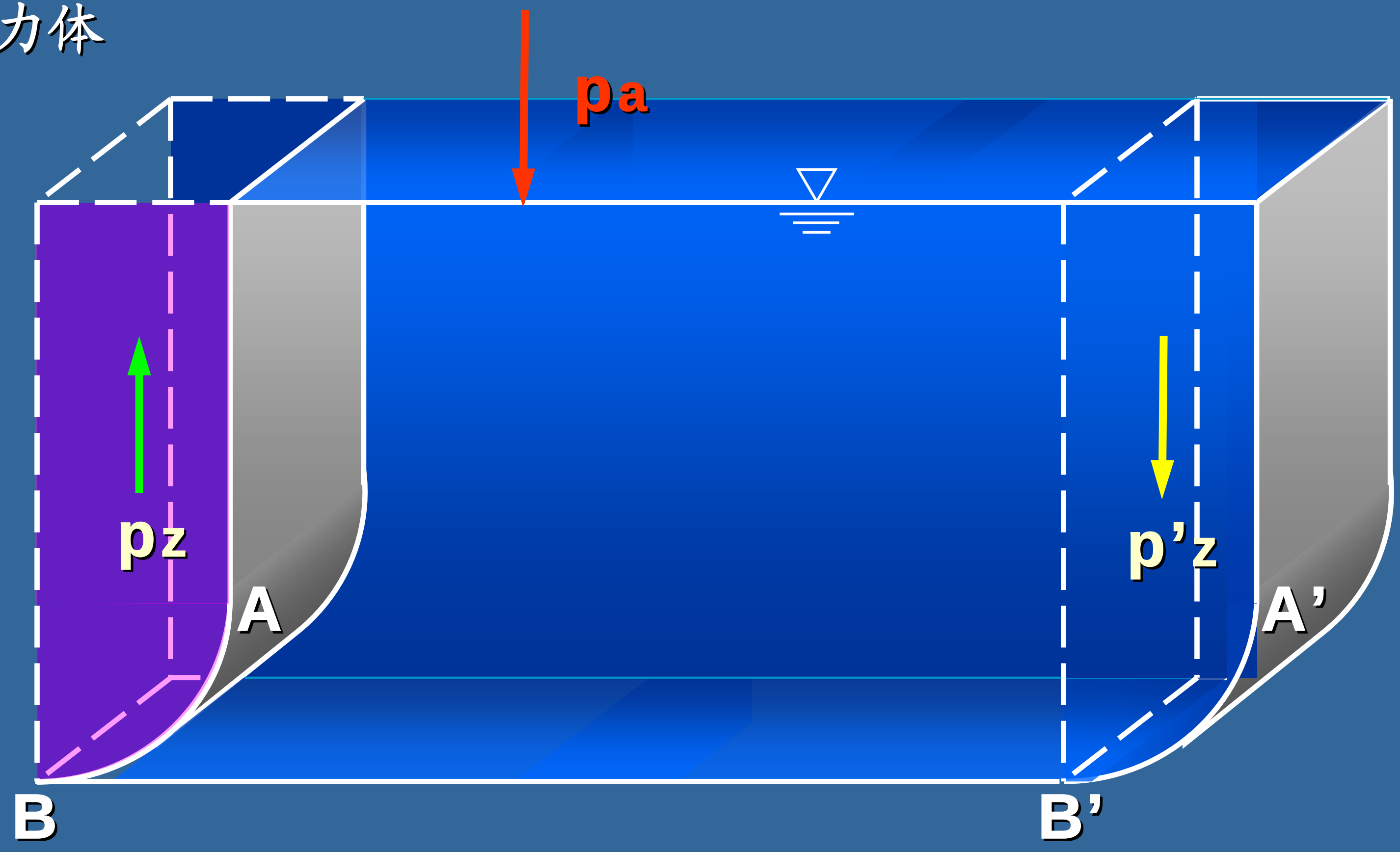
虚实判断:

实压力体：给受压曲面造成压力的液体与压力体在同一侧

虚压力体：给受压曲面造成压力的液体与压力体在受压曲面的两侧

2.6 作用在曲面壁上的静水总压力

虚、实压力体



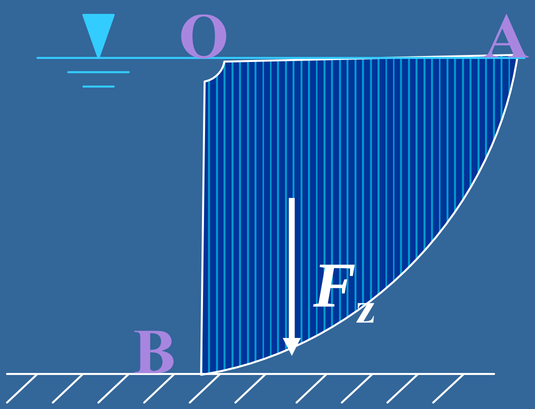
虚实判断:

实压力体:

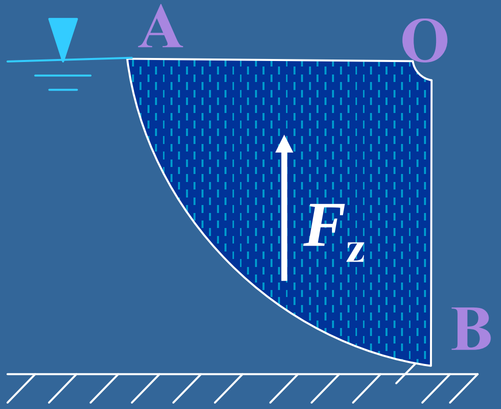
给受压曲面造成压力的液体与压力体在同一侧

虚压力体:

给受压曲面造成压力的液体与压力体在受压曲面的两侧

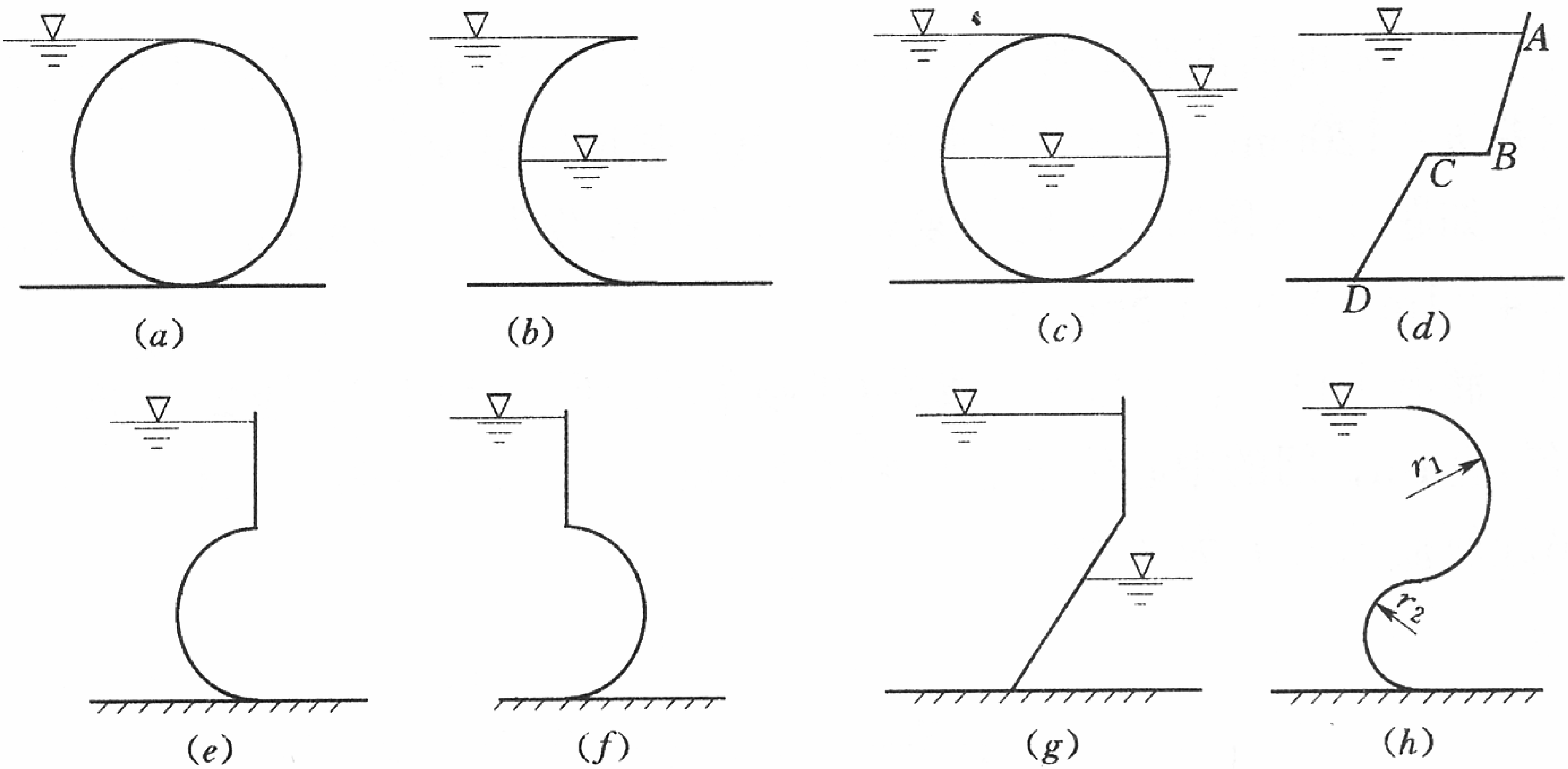


(a)实压力体



(b)虚压力体

绘出受压面上的静水压强分布图和压力体图



阿基米德定律

物体在静止流体中所受到的静水总压力，仅有铅垂向上的分力，其大小恰等于物体（潜体、浮体）所排开的液体重量。

物体所受总的**水平分力**:

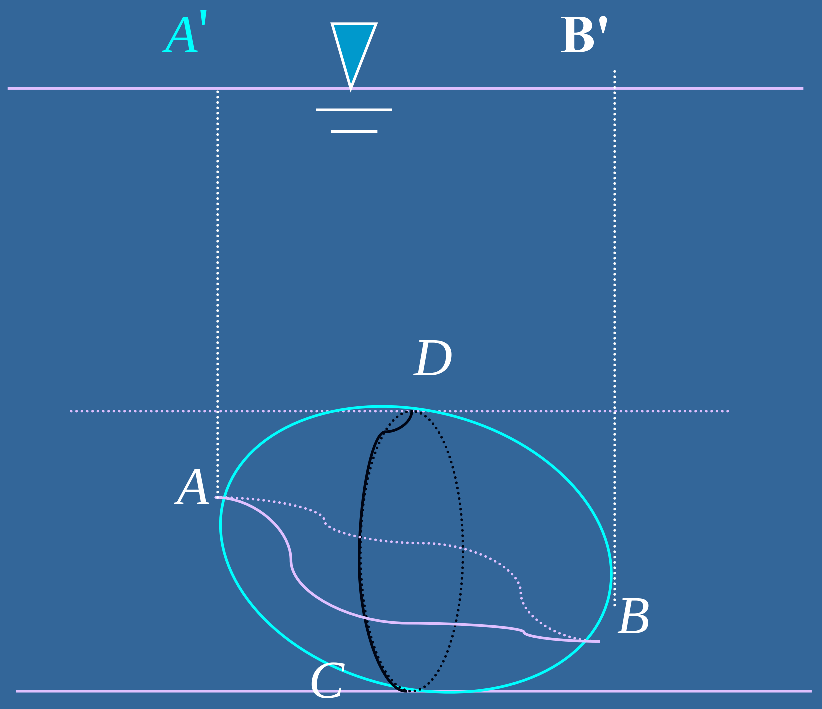
$$P_x = P_1 - P_2 = 0$$

物体所受总的**铅垂分力(浮力 P)**:

$$P_z = \gamma V_{ACBD}$$

潜体所排开液体的重量

（方向朝上）



阿基米德定律

- 浸没物体的三态

（1）沉体：当$G>P$ 下沉到底的物体，

（2）潜体：当$G=P$ 潜没于液体中任意位置而保持平衡的 物体。

（3）浮体：当$G<P$ 上浮至水面呈漂浮状态的物体。

G 物体所受重力 $$G = \gamma_{物} \cdot V$$

P 物体所受浮力 $$P = \gamma_{水} \cdot V$$

潜体的平衡与稳定性

- 潜体的平衡条件：

  重力G 与浮力P 大小相等，方向相反，作用在同一铅垂线上

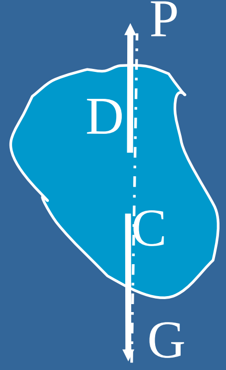
- 潜体平衡的稳定性：

  遇到外界扰动，潜体倾斜后，恢复原来平衡状态的能力。

- 潜体的稳定平衡条件：

  重力G与浮力P 大小相等， $G = P$

  重心C 低于浮心D 。



潜体的平衡与稳定性

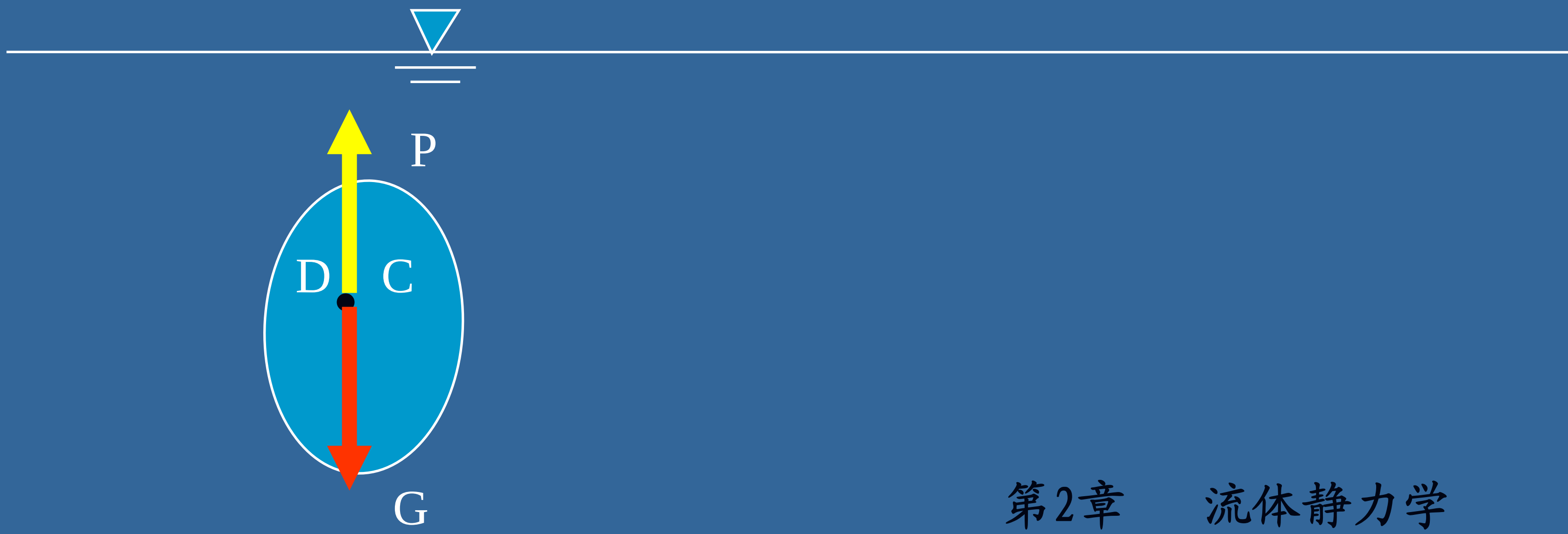
- 潜体平衡的三种情况

随遇平衡：重心C 与浮心 D 重合

稳定平衡：重心C 在浮心 D 之下

不稳定平衡：重心 C 在浮心 D 之上

随遇平衡



浮体的平衡与稳定性

浮体的平衡条件（与潜体相同）

重力G 与浮力 P 大小相等，方向相反，作用在同一铅垂直线上

浮体的稳定平衡条件：

重力G与浮力P 大小相等， $G = P$

重心C 低于低于定倾中心M $\rho \geqslant e$

定倾中心：

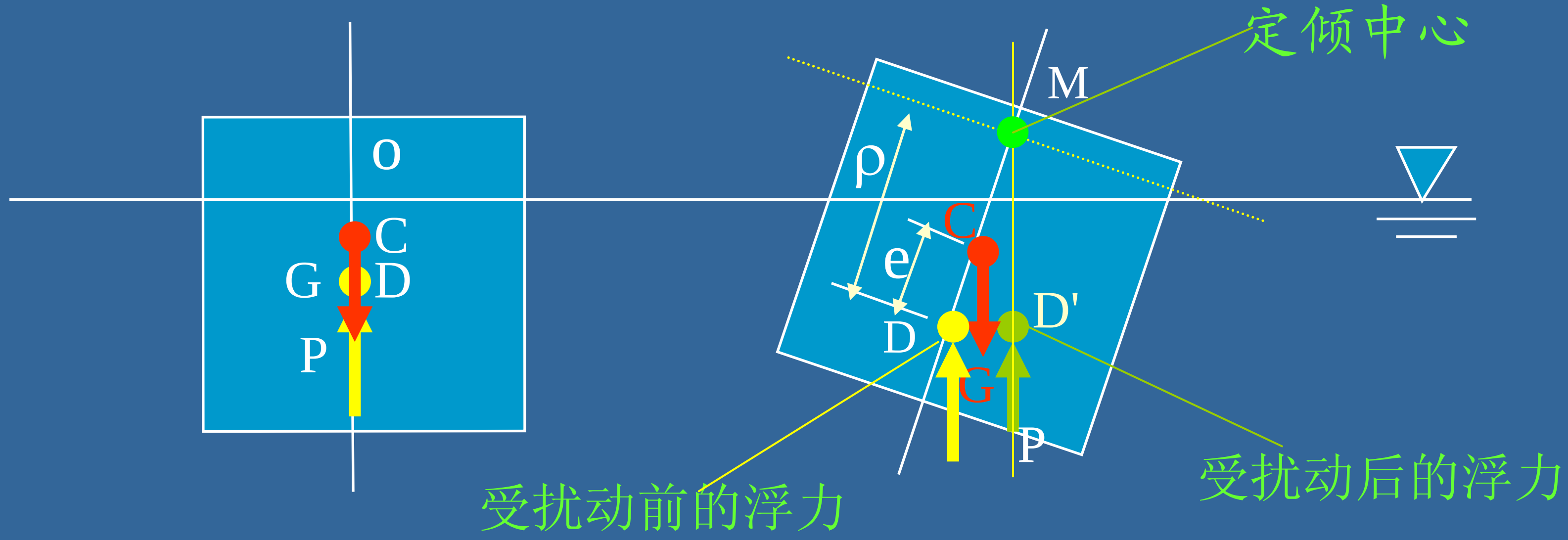
浮体倾斜后，通过D′的浮力P的作用线与 物体的原中心线的交点M。

定倾半径：定倾中心M到浮心D的距离，以ρ表示。

偏心距：重心C与浮心D的距离，以e表示。

定倾高度：定倾中心M与重心C的距离。

浮体的平衡稳定性



(a)受扰前　　　　(b)受扰后

定倾中心：

当浮体倾斜后，通过D′的浮力P的作用线与物体的原中心线的交点M点。

定倾半径：定倾中心M到原浮心D的距离，以ρ表示。

偏心距：重心C与原浮心D的距离，以e表示。

流体的相对平衡

等加速直线运动容器中液体的相对平衡

单位质量重力在各轴的分量: $x_1 = 0, \quad y_1 = 0, \quad z_1 = -g$

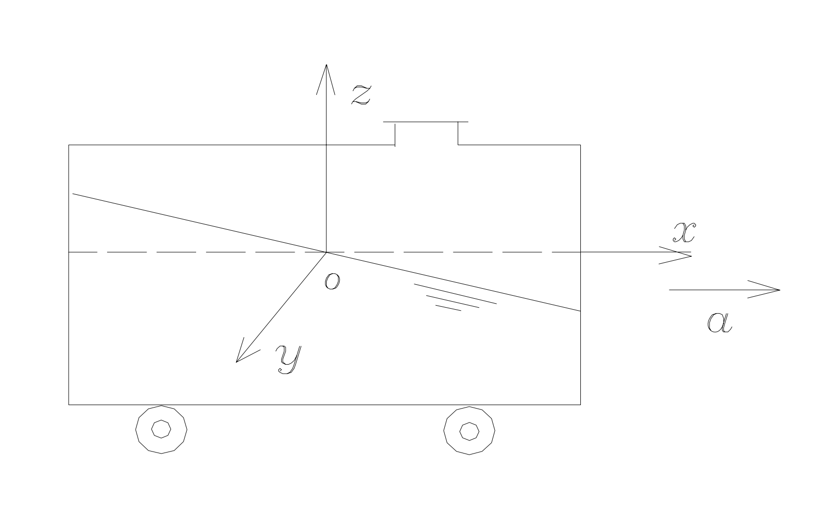
单位质量惯性力在各轴的分量为: $x_2 = -a, \quad y_2 = 0, \quad z_2 = 0$

质点所受质量力为:
重力与惯性力之合

$$X = X_1 + X_2 = -a$$

$$Y = Y_1 + Y_2 = 0$$

$$Z = Z_1 + Z_2 = -g$$



等加速直线运动容器中液体的压强分布

根据 $$dp=\rho(Xdx+Ydy+Zdz)$$

$$p=\rho(-ax-gz)+p_a=p_a+\frac{\gamma}{g}(-ax-gz)$$

$$P=Pa+\gamma(-\frac{a}{g}x-z)=Pa+\gamma h$$

流体的相对平衡

等加速直线运动容器中液体的相对平衡

单位质量重力在各轴的分量： $x_1 = 0, \quad y_1 = 0, \quad z_1 = -g$

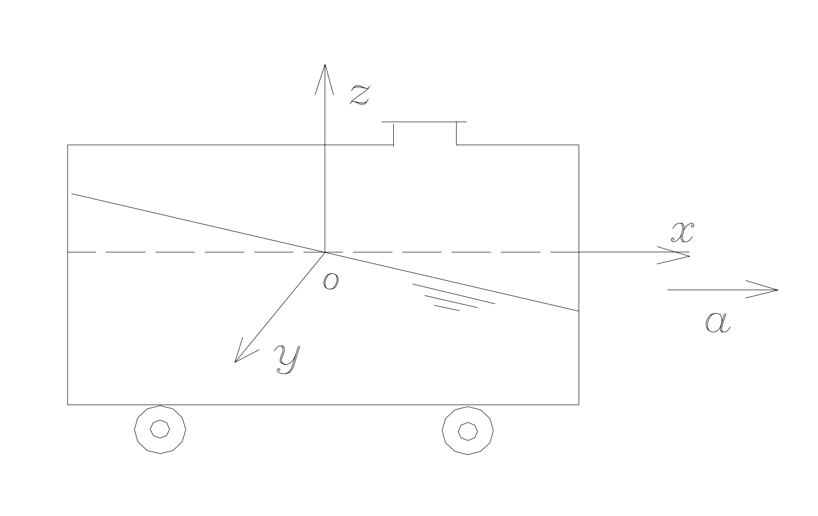
单位质量惯性力在各轴的分量为： $x_2 = -a, \quad y_2 = 0, \quad z_2 = 0$

质点所受质量力为：
重力与惯性力之合

$$X = X_1 + X_2 = -a$$

$$Y = Y_1 + Y_2 = 0$$

$$Z = Z_1 + Z_2 = -g$$



$$p = p_a + \gamma(-\frac{a}{g}x - z)$$

$$P = Pa + \gamma(-\frac{a}{g}x - z) = Pa + \gamma h$$